



Ime i prezime: _____

Škola: _____

Bodovi: / 50

1. (3 boda) NAPIŠI SVE JEDNOZNAMENKASTE BROJEVE KOJI SU MANJI OD 13, A VEĆI OD 3.

2. (12 bodova) IZRAČUNAJ:

$$7 + 2 = 12 - \square$$

$$20 - \square = 6 + 9$$

$$13 - \square = 6 + 5$$

$$7 + 4 = \square - 3$$

$$\square + 8 = 6 + 9$$

$$17 - \square = 20 - 9$$

$$12 - 3 + 9 - 7 =$$

$$19 - 14 - 2 + 6 =$$

$$20 - 16 + 2 - 6 =$$

3. (3 boda) MARKO IMA 12 KUNA. ANA IMA 7 KUNA MANJE OD NJEGA. KOLIKO KUNA IMAJU ZAJEDNO?

4.(4 boda) UPIŠI BROJEVE KOJI NEDOSTAJU.

2, 5, 8, 11, ____, 17

20, 19, 17, 14, ____, 5

5.(3 boda) HANA I SARA IMAJU ŽUTU I CRVENU TORBU. KOJE JE BOJE HANINA TORBA AKO SARINA NIJE ŽUTA?

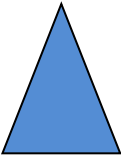
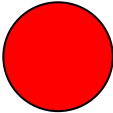
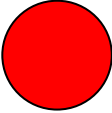
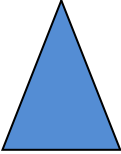
6.(6 bodova) VLADO SLAŽE TRI KOCKE JEDNU NA DRUGU: CRVENU, PLAVU I BIJELU. NA KOLIKO NAČINA MOŽE TO UČINITI? NAPIŠI SVE NAČINE.

7. (3 boda) ZBROJ JE DVAJU BROJEVA 7. NJIHOVA JE RAZLIKA 3. KOJI SU TO BROJEVI?

8.(4 boda) U DVORIŠTU SE IGRA 20 DJECE. DJEČAKA JE ZA 2 VIŠE OD DJEVOJČICA. KOLIKO SE DJEČAKA, A KOLIKO DJEVOJČICA IGRA U DVORIŠTU?

9. (4 boda) HANA JE ZAMISLILA JEDAN BROJ. KAD JE OD TOGA BROJA ODUZELA 5, A RAZLICI DODALA 4, DOBILA JE BROJ 17. KOJI JE BROJ HANA ZAMISLILA?

10.(8 bodova) NACRTAJ LIKOVE KOJI NEDOSTAJU TAKO DA U SVAKOME RETKU I SVAKOME STUPCU SVI LIKOVI BUDU RAZLIČITI.

IME I PREZIME: _____

BODOVI: _____

1. (3 boda) NAPIŠI SVE JEDNOZNAMENKASTE BROJEVE KOJI SU MANJI OD 13, A VEĆI OD 3.

4, 5, 6, 7, 8, 9

2. (12 bodova) IZRAČUNAJ:

$$7 + 2 = 12 - \boxed{3}$$

$$20 - \boxed{5} = 6 + 9$$

$$13 - \boxed{2} = 6 + 5$$

$$7 + 4 = \boxed{14} - 3$$

$$\boxed{7} + 8 = 6 + 9$$

$$17 - \boxed{6} = 20 - 9$$

$$12 - 3 + 9 - 7 = 11 \quad 19 - 14 - 2 + 6 = 9 \quad 20 - 16 + 2 - 6 = 0$$

3. (3 BODA) MARKO IMA 12 KN. ANA IMA 7 KN MANJE OD NJEGA. KOLIKO NOVACA IMAJU ZAJEDNO?

$12 + 12 - 7 = 17$ Zajedno imaju 17 kn.

4.(4 boda) UPIŠI BROJEVE KOJI NEDOSTAJU.

2, 5, 8, 11, 14, 17

20, 19, 17, 14, 10, 5

5.(3 boda) HANA I SARA IMAJU ŽUTU I CRVENU TORBU. KOJE JE BOJE HANINA TORBA AKO SARINA NIJE ŽUTA?

Hanina torba je žuta.

6.(6 bodova) VLADO SLAŽE TRI KOCKE JEDNU NA DRUGU: CRVENU, PLAVU I BIJELU. NA KOLIKO NAČINA MOŽE TO UČINITI? NAPIŠI SVE NAČINE.

CPB, CBP

BPC, BCP

PBC, PCB

7. (3 boda) ZBROJ JE DVAJU BROJEVA 7. NJIHOVA JE RAZLIKA 3. KOJI SU TO BROJEVI?

$2 + 5 = 7$ $5 - 3 = 2$ To su brojevi 2 i 5.

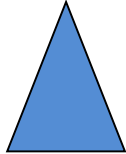
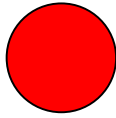
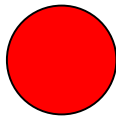
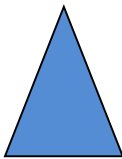
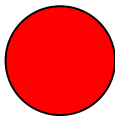
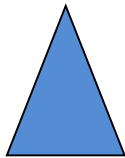
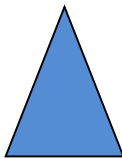
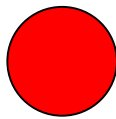
8.(4 boda) U DVORIŠTU SE IGRA 20 DJECE. DJEČAKA JE ZA 2 VIŠE OD DJEVOJČICA. KOLIKO SE DJEČAKA, A KOLIKO DJEVOJČICA IGRA U DVORIŠTU?

$11 + 9 = 20$ $11 - 9 = 2$ Dječaka je 11, a djevojčica 9.

9. (4 boda) HANA JE ZAMISLILA JEDAN BROJ. KAD JE OD TOGA BROJA ODUZELA 5, A RAZLICI DODALA 4, DOBILA JE BROJ 17. KOJI JE BROJ HANA ZAMISLILA?

$x - 5 + 4 = 17$ $17 - 4 + 5 = 18$ $x = 18$ Zamislila je broj 18.

10.(8 bodova) NACRTAJ LIKOVE KOJI NEDOSTAJU TAKO DA U SVAKOME RETKU I SVAKOME STUPCU SVI LIKOVI BUDU RAZLIČITI.



Ime i prezime: _____

Škola: _____

Bodovi: / 50

1. (4 b) Izračunaj $81 + 9 : 9 + 15 : 5 + 4 \cdot 3 =$ _____

2. (4 b) Na crte između brojeva stavi znakove računskih operacija tako da dobiješ točan rezultat.

$8 \quad 9 \quad 6 \quad 3 \quad 4 = 58$

3. (3 b) Odredi sve brojeve x za koje vrijedi nejednakost $6 \cdot 7 + x < 100 - 6 \cdot 9$.

$x =$ _____

4. (4 b) Napiši parne brojeve veće od 32, a manje od 48 pa zatim zbroji najveći i najmanji od njih.

5. (4 b) Zbroj dvaju brojeva je 91. Drugi pribrojniki je broj 37. Je li prvi pribrojniki veći ili manji od drugog i za koliko?

6. (7 b) Broju koji je za 5 veći od 7 dodaj broj koji je za 3 manji od 11.

Kad izračunaš zaokruži DA ili NE:

Dobiveni broj je višekratnik broja 2. DA NE

Dobiveni broj je višekratnik broja 7. DA NE

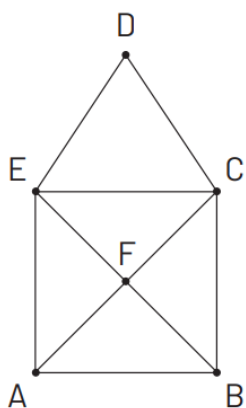
Dobiveni broj je višekratnik broja 10. DA NE

Dobiveni broj je višekratnik brojeva 4 i 5. DA NE

7. (4 b) Gradski autobus je prevezao u prvoj vožnji 14 putnika, u drugoj vožnji 3 putnika manje nego u prvoj, a u trećoj 3 puta više putnika nego u drugoj. Koliko je putnika ukupno prevezao autobus u te tri vožnje?

8. (3 b) Od prethodnika broja 64 oduzmi umnožak sljedbenika broja 10 i broja 5.

9. (4 b) Ispiši dužine sa slike.



10. (4 b) Napiši sve dvoznamenkaste brojeve kojima je zbroj znamenaka 8.

11. (4 b) Za Dan škole u sportske je aktivnosti u razredu uključeno 24 učenika. Polovina njih igra nogomet, jedna šestina košarku, a ostali graničar. Koliko djece igra nogomet, koliko košarku, a koliko graničar?

12. (5 b) Na tri police nalazi se ukupno 28 knjiga. Na prvoj polici nalazi se osam knjiga više nego na drugoj, a na trećoj se nalazi četiri knjige manje nego na drugoj polici. Koliko se knjiga nalazi na svakoj polici?



Ime i prezime: _____

Škola: _____

Bodovi: / 50

1. (4 b) Izračunaj $81 + 9 : 9 + 15 : 5 + 4 \cdot 3 =$ 97

2. (4 b) Na crte između brojeva stavi znakove računskih operacija tako da dobiješ točan rezultat.

8 ____ 9 ____ 6 ____ 3 ____ 4 = 58 $8 \cdot 9 - 6 \cdot 3 + 4 = 58$

3. (3 b) Odredi sve brojeve x za koje vrijedi nejednakost $6 \cdot 7 + x < 100 - 6 \cdot 9$.

x = _____ 0, 1, 2, 3.

4. (4 b) Napiši parne brojeve veće od 32, a manje od 48 pa zatim zbroji najveći i najmanji od njih. 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46.

$34 + 46 = 80$

5. (4 b) Zbroj dvaju brojeva je 91. Drugi pribrojnik je broj 37. Je li prvi pribrojnik veći ili manji od drugog i za koliko?

$91 - 37 = 54$ $54 - 37 = 17$ Veći je prvi pribrojnik i to za 17.

6. (7 b) Broju koji je za 5 veći od 7 dodaj broj koji je za 3 manji od 11.

$(7 + 5) + (11 - 3) = 12 + 8 = 20$

Kad izračunaš zaokruži DA ili NE:

Dobiveni broj je višekratnik broja 2. DA NE

Dobiveni broj je višekratnik broja 7. DA NE

Dobiveni broj je višekratnik broja 10. DA NE

Dobiveni broj je višekratnik brojeva 4 i 5. DA NE

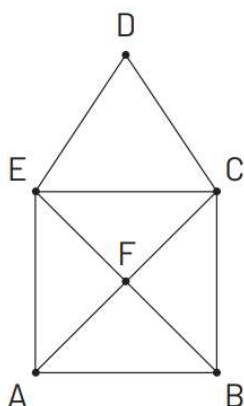
7. (4 b) Gradski autobus je prevezao u prvoj vožnji 14 putnika, u drugoj vožnji 3 putnika manje nego u prvoj, a u trećoj 3 puta više putnika nego u drugoj. Koliko je putnika ukupno prevezao autobus u te tri vožnje?

$$14 + (14 - 3) + 11 \cdot 3 = 14 + 11 + 33 = 58 \quad \text{Prevezao je 58 putnika.}$$

8. (3 b) Od prethodnika broja 64 oduzmi umnožak sljedbenika broja 10 i broja 5.

$$63 - 11 \cdot 5 = 63 - 55 = 8$$

9. (4 b) Ispiši dužine sa slike.



AB, BC, CE, EA, ED, DC, EB, EF, FB, AC, AF, FC

10. (4 b) Napiši sve dvoznamenkaste brojeve kojima je zbroj znamenaka 8.

80, 17, 71, 26, 62, 35, 53, 44

11. (4 b) Za Dan škole u sportske je aktivnosti u razredu uključeno 24 učenika. Polovina njih igra nogomet, jedna šestina košarku, a ostali graničar. Koliko djece igra nogomet, koliko košarku, a koliko graničar?

$$24 : 2 = 12 \quad \text{NOGOMET} \quad 24 : 6 = 4 \quad \text{KOŠARKA}$$

$$24 - (12 + 4) = 24 - 16 = 8 \quad \text{GRANIČAR}$$

12. (5 b) Na tri police nalazi se ukupno 28 knjiga. Na prvoj polici nalazi se osam knjiga više nego na drugoj, a na trećoj se nalazi četiri knjige manje nego na drugoj polici. Koliko se knjiga nalazi na svakoj polici?

1. POLICA 16 2. POLICA 8 3. POLICA 4



CENTAR IZVRSNOSTI IZ MATEMATIKE – TEST PREDZNANJA - 4. razred

Ime i prezime: _____

Škola: _____ Bodovi: ____ / 50

1. Izračunaj:

$$100 - (40 : 8 + 44 : 4) : 8 =$$

$$70 + 35 : 5 + 2 \cdot 28 - 7 =$$

6 bodova

2. Nadopuni niz.

a) 901, 894, 887, 880, _____, _____, _____, _____, _____.

b) 2, 4, 8, 16, 32, _____, _____, _____, _____, _____.

2 boda

3. Odredi sve prirodne brojeve x za koje vrijedi nejednakost

$$X + 9 \cdot 25 < 1997 - 1768$$

2 boda

4. Zbroj triju uzastopnih stotica je 900. Koji su to brojevi?

3 boda

5. Popuni magični kvadrat tako da u prazna polja kvadrata upišeš različite neparne brojeve od 3 do 19 tako da zbroj u svim smjerovima bude jednak.

	11	

5 bodova



6. U 4.a, 4.b i 4.c razredu ima 61 učenik. Od tih učenika 39 učenika trenira košarku, 28 učenika polazi Centar izvrsnosti iz matematike, a 16 učenika rade i jedno i drugo. Koliko učenika četvrtih razreda nisu uključeni ni u jednu od ovih aktivnosti?

5 bodova

7. U ponedjeljak je Marija odlučila da od sutra počne čitati knjigu za lektiru. Prvog dana pročitala je 32 stranice, a svakog sljedećeg dana po tri stranice više nego prethodnog dana. Koliko je ukupno stranica knjige pročitala nakon čitanja knjige u subotu?

7 bodova

8. Napiši sve troznamenkaste brojeve kojima je zbroj znamenaka 10, a najveća znamenka broja je za 6 veća od najmanje znamenke tog troznamenkastog broja.

10 bodova

9. Različitim slovima pridruži različite znamenke tako da jednakost bude točna. Napiši jedno rješenje.

$$\begin{array}{r} \text{LAV} \\ - \text{ZEC} \\ \hline \text{MIŠ} \end{array}$$

10 bodova



Centar izvrsnosti Varaždinske županije

1. Izračunaj:

$$100 - (40 : 8 + 44 : 4) : 8 = 100 - (5 + 11) : 8 = 100 - 16 : 8 = 100 - 2 = 98$$

$$70 + 35 : 5 + 2 \cdot 28 - 7 = 70 + 7 + 56 - 7 = 77 + 56 - 7 = 77 + 56 - 7 = 133 - 7 = 126$$

6 bodova

2. Nadopuni niz.

a) 901, 894, 887, 880, 873, 866, 859, 852, 845 .

b) 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024.

2 boda

3. Odredi sve prirodne brojeve x za koje vrijedi nejednakost

$$X + 9 \cdot 25 < 1997 - 1768$$

$$X + 225 < 229 \quad x = 1, 2, 3$$

2

boda

4. Zbroj triju uzastopnih stotica je 900. Koji su to brojevi?

$$900 : 3 = 300 \quad 200 + 300 + 400 = 900 \quad \text{To su brojevi 200, 300 i 400.}$$

3 boda

5. Popuni magični kvadrat tako da u prazna polja kvadrata upišeš različite neparne brojeve od 3 do 19 tako da zbroj u svim smjerovima bude jednak.

9	7	17
19	11	3
5	15	13

5 bodova

6. U 4.a, 4.b i 4.c razredu ima 61 učenik. Od tih učenika 39 učenika trenira košarku, 28 učenika polazi Centar izvrsnosti iz matematike, a 16 učenika rade i jedno i drugo. Koliko učenika četvrtih razreda nisu uključeni ni u jednu od ovih aktivnosti?



Centar izvrsnosti Varaždinske županije

$$61 - 16 = 45 \quad 39 - 16 = 23 \quad 28 - 16 = 12 \quad 45 - 23 - 12 = 10$$

10 učenika nije uključeno ni u jednu od ovih aktivnosti.

5 bodova

7. U ponedjeljak je Marija odlučila da od sutra počne čitati knjigu za lektiru. Prvog dana pročitala je 32 stranice, a svakog sljedećeg dana po tri stranice više nego prethodnog dana. Koliko je ukupno stranica knjige pročitala nakon čitanja knjige u subotu?

$$32 + (32 + 3) + (32 + 3 + 3) + (32 + 3 + 3 + 3) + (32 + 3 + 3 + 3 + 3) =$$

$$32 + 35 + 38 + 41 + 44 = 190$$

Marija je pročitala 190 stranica knjige.

7 bodova

8. Napiši sve troznamenkaste brojeve kojima je zbroj znamenaka 10, a najveća znamenka broja je za 6 veća od najmanje znamenke tog troznamenkastog broja.

406, 460, 604, 640, 172, 127, 217, 271, 712, 721.

10 bodova

9. Različitim slovima pridruži različite znamenke tako da jednakost bude točna. Napiši jedno rješenje.

LAV	873	890	486	942
- ZEC	- 654	- 314	- 359	- 835
MIŠ	219	576	127	107

10 bodova



Test predznanja – 5. razred

Ime i prezime: _____ Škola: _____

Broj bodova: ____/50

1. Izračunaj:

a. $785 \cdot 3 + 945 \cdot 3 - 288 \cdot 3$ (2 boda)

b. $500 + 12 \cdot 9 - (991 - 982) \cdot 49 - 18 \cdot 9$ (2 boda)

c. $201 \cdot 38 + 75 \cdot (514 - 476) + (15 + 23) \cdot 24$ (2 boda)

d. $88\,888 : (78 - 350 : 5) - 3\,703 \cdot 3 + 25 \cdot 123$ (2 boda)

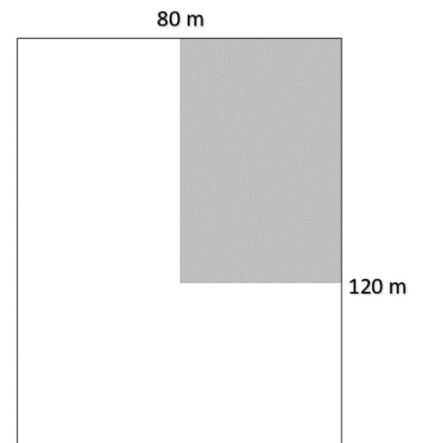
e. $(303 \cdot 903 + 303 \cdot 97) : 1\,000 - 9\,999 : 33$ (2 boda)

2. Koliko troznamenkastih brojeva ima umnožak znamenaka veći od 3, a manji od 7? (10 bodova)

3. Ivan skuplja kovanice od 2 kune i od 5 kuna. Skupio je 39 kovanica i sada ima 144 kune. Koliko ima kovanica od 2 kune, a koliko od 5 kuna? (10 bodova)

4. U razrednom odjelu od 35 učenika njih 20 pohađa dodatnu nastavu iz matematike, 11 iz fizike, a 10 ne pohađa dodatnu nastavu iz tih predmeta. Koliko učenika pohađa dodatnu nastavu iz matematike i fizike, a koliko odlazi samo na matematiku? (10 bodova)

5. Trpimir ima zemljište kao na slici. Želi ograditi sivo označeni dio zemljišta za igralište. Ako znamo da je sivo označeni dio zemljišta četvrtina cijelog zemljišta, koliki je opseg, a kolika je površina sivo označenog dijela zemljišta? (10 bodova)





Test predznanja – 5. razred

Ime i prezime: _____ Škola: _____

Broj bodova: ____/50

1. Izračunaj:

a. $785 \cdot 3 + 945 \cdot 3 - 288 \cdot 3$ (2 boda)

$$3 \cdot (785 + 945 - 288) = 3 \cdot 1\,442 = 4\,326$$

b. $500 - 12 \cdot 9 + (991 - 982) \cdot 49 + 18 \cdot 9$ (2 boda)

$$500 - 12 \cdot 9 + 9 \cdot 49 + 18 \cdot 9 =$$

$$500 - 9 \cdot (49 + 18 - 12) = 500 - 495 = 5$$

c. $201 \cdot 38 + 75 \cdot (514 - 476) + (15 + 23) \cdot 24$ (2 boda)

$$201 \cdot 38 + 75 \cdot 38 + 38 \cdot 24 = 38 \cdot (201 + 75 + 24) =$$

$$38 \cdot 300 = 11\,400$$

d. $88\,888 : (78 - 350 : 5) - 3\,703 \cdot 3 + 25 \cdot 123$ (2 boda)

$$88\,888 : 8 - 3\,703 \cdot 3 + 25 \cdot 123 = 11\,111 - 11\,109 + 3\,075 =$$

$$= 3\,077$$

e. $(303 \cdot 903 + 303 \cdot 97) : 1\,000 - 9\,999 : 33$ (2 boda)

$$(1\,000 \cdot 303) : 1\,000 - 9\,999 : 33 = 303\,000 : 1\,000 - 9\,999 : 33 =$$

$$303 - 303 = 0$$

2. Koliko troznamenkastih brojeva ima umnožak znamenaka veći od 3, a manji od 7? (10 bodova)

Ima 18 takvih brojeva. To su brojevi:

- Umnožak 4: 411, 141, 114, 221, 212, 122
- Umnožak 5: 511, 151, 115
- Umnožak 6: 611, 161, 116, 321, 312, 132, 123, 231, 213.

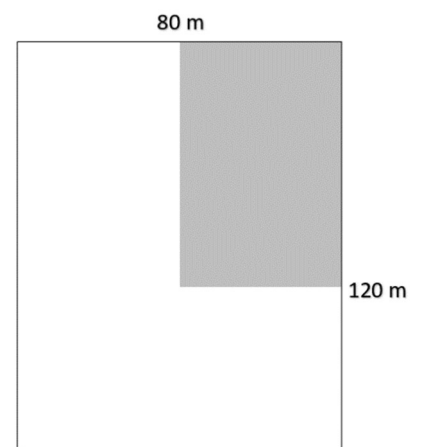
3. Ivan skuplja kovanice od 2 kune i od 5 kuna. Skupio je 39 kovanica i sada ima 144 kune. Koliko ima kovanica od 2 kune, a koliko od 5 kuna? (10 bodova)

17 kovanica od 2 kn i 22 kovanice od 5 kn ($17 \cdot 2 + 22 \cdot 5 = 34 + 110 = 144$)

4. U razrednom odjelu od 35 učenika njih 20 pohađa dodatnu nastavu iz matematike, 11 iz fizike, a 10 ne pohađa dodatnu nastavu iz tih predmeta. Koliko učenika pohađa dodatnu nastavu iz matematike i fizike, a koliko odlazi samo na matematiku? (10 bodova)

6 učenika odlazi na matematiku i fiziku, a 14 samo na matematiku.

5. Trpimir ima zemljište kao na slici. Želi ograditi sivo označeni dio zemljišta za igralište. Ako znamo da je sivo označeni dio zemljišta četvrtina cijelog zemljišta, koliki je opseg, a kolika je površina sivo označenog dijela zemljišta? (10 bodova)



Dimenzije označenog dijela su 40 m i 60 m, pa proizlazi:

$$o = 2 \cdot 40 + 2 \cdot 60$$

$$o = 80 + 120 = 200 \text{ m}$$

$$P = 40 \cdot 60 = 240 \text{ m}^2$$

**Kvalifikacijski ispit za učenike 6. razreda u šk. god. 2022./2023.**

Ime i prezime:	Bodovi:
Škola:	

1. Zadan je dvoznamenkasti broj kojem je znamenka jedinica 2 puta veća od znamenke desetica. Broj pisan istim znamenkama, ali obrnutim redom je za 18 veći od prvobitnog broja. O kojem se broju radi?

/5

2. Jednoga dana se u selu Zbelavi u okolici Varaždina pojavila svemirska letjelica. U njoj su bila tri svemirca: Osmoglav, Šiljozub i Dugoprst. Sa njima su doputovale i njihove žene: Zebrovrata, Kratkonoga i Žutokoža. Svaki bračni par dolazi iz drugog planeta: Kamenolom, Blatomix i Travomek. Odredi tko je s kime u paru i odakle dolazi ako se zna:

- a. Kratkonoga nije udana za Osmoglava i ne dolazi s Travomeka.
- b. Kamenolom je Žutokožin planet.
- c. Dugoprst je već 478 godina sretno oženjen sa Zebrovratom

/5

3. Dokaži da je zbroj svaka tri uzastopna prirodna broja djeljiv s 3.

/5

4. Koja se znamenka nalazi na 2022. mjestu u nizu
123456789101112131415161718192021...?

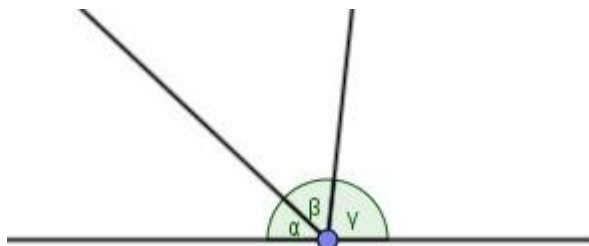
/5



5. Ako se jedna stranica pravokutnika poveća za 3 cm, a druga smanji za 2 cm, dobije se kvadrat čija je površina za 15cm^2 veća od površine zadanog pravokutnika. Odredi duljine stranica pravokutnika.

/5

6. Izračunaj α , β i γ ako je $\alpha + \beta = 92^\circ$, $\beta + \gamma = 140^\circ$



/5

7. U pet kutija nalazi se ukupno 230 kuglica. U prvoj i drugoj zajedno ima 120 kuglica, u drugoj i trećoj 82 kuglice, u trećoj i četvrtoj 80 kuglica, a u četvrtoj i petoj 78 kuglica. Koliko kuglica ima u svakoj kutiji?

/5

8. Zadana su dva paralelna pravca a i b . Na pravcu a su dane točke A, B, C, D, E, a na pravcu b točke M, N, P, Q. Koliko:

a) dužina,

b) trokuta,

c) četverokuta

određuje ovih devet točaka?

/5

9. Koji se troznamenkasti brojevi mogu prikazati kao umnožak triju jednakih prostih brojeva?

/5

10. Izračunaj:

$$2008 : 8 + (36 \cdot 8 \cdot 7 + 4 \cdot 44 \cdot 9) : 72 - 12 \cdot (49 \cdot 12 \cdot 6 - 8 \cdot 5 \cdot 72) : 81 =$$

/5

**Rješenja kvalifikacijskog ispita za učenike 6. razreda u šk. god. 2022./2023. i prijedlog bodovanja:**

1. Zadan je dvoznamenkasti broj kojem je znamenka jedinica 2 puta veća od znamenke desetica. Broj pisan istim znamenkama, ali obrnutim redom je za 18 veći od prvobitnog broja. O kojem se broju radi?

Dvoznamenkasti broj: $\overline{ab}$ gdje je a – znamenka desetica, b – znamenka jedinica ima vrijednost $10a+b$.

Za dvoznamenkasti broj kojem je znamenka jedinica 2 puta veća od znamenke desetica tada vrijedi: $10a+2a$, ($2a=b$).....1bod

Onda broj pisan istim znamenkama, ali obrnutim redom ima oblik $10 \cdot 2a+a$,1bod

Slijedi: $10a+2a = 12a$ i $10 \cdot 2a+a = 21a$ 1 bod

Iz uvjeta zadatka vrijedi:

$$12a + 18 = 21a$$

$$9a = 18$$

$$a = 2, \text{ dok je } b = 2a, b=4 \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

Traženi broj je 24. 1 bod

2. Nacrtana tablica2 boda

	Zebrovrata	Kratkonoga	Žutokoža	Kamenolom	Blatomix	Travomek
Osmoglav	-	-	+	+	-	-
Šiljozub	-	+	-	-	+	-
Dugoprst	+	-	-	-	-	+
Kamenolom	-	-	+			
Blatomix	-	+	-			
Travomek	+	-	-			

Za pravilno postavljene + i - iz uvjeta zadatka 1 bod

Za popunjavanje ostalih polja - 1 bod

Za konačni zaključak +1 bod

**3. Dokaži da je zbroj svaka tri uzastopna prirodna broja djeljiv s 3.**

Tri uzastopna prirodna broja možemo zapisati u obliku:

$n, n+1$ i $n+2$, pri čemu je n bilo koji prirodan broj.....1 bod

Tada je njihov zbroj:

$n + (n+1) + (n+2)$, tj. $n+n+1+n+2$ 1 bod

Dobivamo:

$3n + 3$1 bod

Zbroj dva broja je djeljiv nekom brojem ako su i oba pribrojnika djeljiva tim brojem..... 1 bod

3 je **trokratnik** nekog prirodnog broja, pa je djeljiv sa 3, dok je sam broj 3 djeljiv sam sa sobom. Time je tvrdnja dokazana..... 1 bod

4. Koja se znamenka nalazi na 2022. mjestu u nizu

123456789101112131415161718192021...?

U zadanom nizu prvih 9 mjesta zauzimaju jednoznamenasti brojevi od 1 do 9. Slijedećih 90 mjesta pripada dvoznamenkastim brojevima. Oni sadrže 2 znamenke pa je na njih iskorišteno $90 \cdot 2 = 180$ znamenki.

Narednih 900 mjesta pripada troznamenkastim brojevima, sadrže 3 znamenke pa zauzimaju $900 \cdot 3 = 2700$ mjesta..... 1 bod

Zaključujemo da je 2022. znamenka dio spomenutih 900 troznamenkastih brojeva

$2022 - 180 - 9 = 1833$ Tražena znamenka je 1833. znamenka počevši od prvog troznamenkastog broja, tj od 100.....1 bod

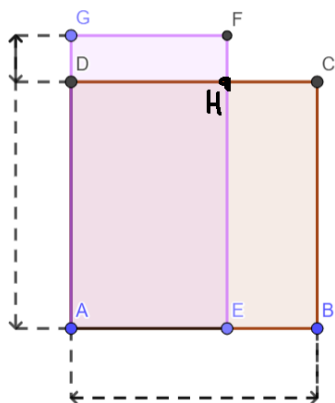
Da bi otkrili o kojem se dijelu troznamenkastog broja radi, tražimo ostatak pri dijeljenju. $1833 : 3 = 611$. Ostatak je 0. Zaključujemo da se radi o trećoj po redu znamenci troznamenkastog broja 1 bod

Ispred prvog troznamenkastog broja se nalazi 9 jednoznamenastih i 90 dvoznamenkastih brojeva, pa je 611. troznamenkasti broj $611 + 99 = 710$1 bod

Zaključujemo da se radi o znamenci 0 u broju 710 tog niza..... 1 bod

5. Ako se jedna stranica pravokutnika poveća za 3 cm, a druga smanji za 2 cm, dobije se kvadrat čija je površina za 15cm^2 veća od površine zadanog pravokutnika. Odredi duljine stranica pravokutnika.

Skica:..... 1 bod



Površina pravokutnika se sastoji od AEHD i DHFG, a površina kvadrata od AEHD i EBCH.

Površina kvadrata je za 15cm^2 veća od površine zadanog pravokutnika pa vrijedi:

$$AEHD + DHFG + 15 = AEHD + EBCH$$

$$EBCH - DHFG = 15 \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

Pravokutnik DHFG ima površinu $a \cdot 2$.

Ako označimo stranicu kvadrata sa x , tada pravokutnik EBCH ima površinu $x \cdot 3 = \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$

$$\text{Slijedi: } 3x - 2a = 15$$

Kako za stranicu kvadrata x vrijedi oboje; $x = a + 3$ i $x = b - 2$, zaključujemo slijedeće:

$$3(a + 3) - 2a = 15$$

$$3a + 9 - 2a = 15, a = 6 \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

$$x = 6 + 3 = 9$$

$$x = b - 2, 9 = b - 2, b = 11 \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

6. Izračunaj α , β i γ ako je $\alpha + \beta = 92^\circ$, $\beta + \gamma = 140^\circ$

Ako α , β i γ zajedno zatvaraju ispruženi kut, tada vrijedi: $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$

Iz uvjeta zadatka vrijedi: $(\alpha + \beta) + (\beta + \gamma) = 92^\circ + 140^\circ$, tj. $\alpha + \beta + \beta + \gamma = 232^\circ \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$

Dalje, $\beta = 232^\circ - 180^\circ = 52^\circ \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$

Zaključujemo da tada vrijedi $\alpha + 52^\circ = 92^\circ$, $\alpha = 40^\circ \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$

Te $52^\circ + \gamma = 140^\circ$, $\gamma = 88^\circ \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$

7. U pet kutija nalazi se ukupno 230 kuglica. U prvoj i drugoj zajedno ima 120 kuglica, u drugoj i trećoj 82 kuglice, u trećoj i četvrtoj 80 kuglica, a u četvrtoj i petoj 78 kuglica. Koliko kuglica ima u svakoj kutiji?

Označimo kutije redom sa A, B, C, D i E.



Tada vrijedi: $A + B + C + D + E = 230$

Dalje, $A+B=120$, $B+C=82$, $C+D=80$ te $D+E=78$ 1 bod

Zbrajanjem svih vrijednosti dobivamo:

$A+B+B+C+C+D+D+E=120+82+80+78$, tj. $A+B+B+C+C+D+D+E=360$ 1 bod

$(A+B+C+D+E) + B+C+D = 360$, tj. $230+B+C+D=360$

Pa vrijedi: $B+C+D=130$1 bod

$(B+C)+D=130$

$82+D=130$, $D=48$ 1 bod

Na kraju, $D+E=78$, $E=30$

$C+D=80$, $C=32$

$B+C=82$, $B=50$

$A+B=120$, $A=70$ 1 bod

8. Zadana su dva paralelna pravca a i b . Na pravcu a su dane točke A, B, C, D, E, a na pravcu b točke M, N, P, Q. Koliko:

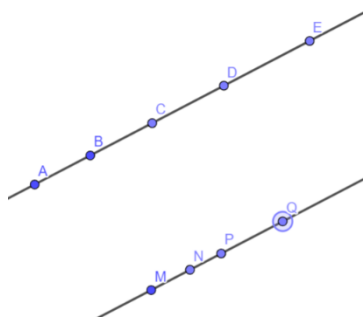
a) dužina,

b) trokuta,

c) četverokuta

određuje ovih devet točaka?

Skica..... 1 bod



a) Iz točke A moguće je povući 8 dužina

Iz točke B 7 dužina

Iz točke C 6 dužina

Iz točke D 5 dužina

Iz točke E 4 dužine

Iz točke M 3 dužine

Iz točke N 2 dužine te iz točke P 1 dužina. Ukupno se

može povući 36 dužina..... 1 bod



b) Iz vrha A: A,B 4 trokuta, A,C 4 trokuta, A,D 4 trokuta, A,E 4 trokuta, A,M 3 trokuta, A,N 2 trokuta i A,P 1 trokut.

Ukupno se može povući 22 trokuta iz vrha A.

Iz vrha B: B,C 4 trokuta, B,D 4 trokuta, B,E 4 trokuta, B,M 3 trokuta, B,N 2 trokuta, B,P 1 trokut.

Ukupno 18 trokuta iz vrha B.

Iz vrha C: C,D 4 trokuta, C,E 4 trokuta, C,M 3 trokuta, C,N 2 trokuta i C,P 1 trokut.

Ukupno 14 trokuta iz vrha C.

Iz vrha D: D,E 4 trokuta, D,M 3 trokuta, D,N 2 trokuta i D,P 1 trokut, ukupno 10 trokuta iz vrha D.

Iz vrha E: E,M 3 trokuta, E,N 2 trokuta i E,P 1 trokut, ukupno 6 trokuta iz vrha E.

Zaključak: U zadatku točke određuju ukupno 70 trokuta..... 2 boda

c) Na pravcu a imamo 10 različitih dužina, svaku spajamo na 6 načina s drugim pravcem.

Zaključak: Točke u zadatku određuju ukupno 60 četverokuta..... 2 boda

9. Koji se troznamenkasti brojevi mogu prikazati kao umnožak triju jednakih prostih brojeva?

Prosti brojevi: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29....

$9 \cdot 9 \cdot 9 = 81 \cdot 9 = 729$ ✓ 1 bod

$7 \cdot 7 \cdot 7 = 49 \cdot 7 = 343$ ✓ 1 bod

$5 \cdot 5 \cdot 5 = 25 \cdot 5 = 125$ ✓ 1 bod

$3 \cdot 3 \cdot 3 = 9 \cdot 3 = 27$ ✗ 1 bod

$11 \cdot 11 \cdot 11 = 121 \cdot 11 = 1331$ ✗ 1 bod

**10.**

$$\begin{aligned} & 2008 : 8 + (36 \cdot 8 \cdot 7 + 4 \cdot 44 \cdot 9) : 72 - 12 \cdot (49 \cdot 12 \cdot 6 - 8 \cdot 5 \cdot 72) : 81 = \\ & = 251 + (36 \cdot 56 + 36 \cdot 44) : 72 - 12 \cdot (49 \cdot 72 - 40 \cdot 72) : 81 = \\ & = 251 + (36 \cdot (56 + 44)) : 72 - 12 \cdot (72 \cdot (49 - 40)) : 81 = \\ & = 251 + (36 \cdot 100) : 72 - 12 \cdot (72 \cdot 9) : 81 = \\ & = 251 + 3\,600 : 72 - 12 \cdot 648 : 81 = \dots\dots\dots 3 \text{ boda} \\ & = 251 + 50 - 7\,776 : 81 = \\ & = 251 + 50 - 96 = \\ & = 301 - 96 = \\ & = 205 \dots\dots\dots 2 \text{ boda} \end{aligned}$$

TEST PREDZNANJA ZA 7. RAZRED

1. Izračunaj:

$$\left[\left(1.7 - \frac{13}{11} \right) \cdot 1.375 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{19} \right) - \left(1.6 - \frac{8}{9} \right) \cdot \frac{9}{64} \right] : 0.03 - 3$$

8 BODOVA

2. Izračunaj vrijednost izraza $2x - 11 - 13y + 5 - 18x + 7y$ za $x = -1$ i $y = -3$.

5 BODOVA

3. Kolika je razlika između zbroja i umnoška svih cijelih brojeva z za koje vrijedi $-177 < z \leq 186$?

5 BODOVA

4. Napiši sve troznamenkaste prirodne brojeve kojima je umnožak znamenaka 36.

8 BODOVA

5. Riješi jednadžbu:

$$\frac{3}{5}x + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{5}x - \frac{1}{2} \right) = \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{5} \right)$$

6 BODOVA

6. Veličina vanjskoga kuta uz osnovicu jednakokračnoga trokuta 13 je puta veća od veličine unutarnjega kuta nasuprot osnovice. Izračunaj veličine kutova jednakokračnoga trokuta. Veličine kutova izrazi u kutnim stupnjevima i kutnim minutama.

8 BODOVA

7. U pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini zadane su točke $A(-6, 2)$ i $B(-4, -1)$. Točka C je centralno simetrična točki B s obzirom na točku $(-1, -2)$, a točka D je osno simetrična točki A s obzirom na y -os. Izračunaj površinu četverokuta $ABCD$.

10 BODOVA

RJEŠENJA TESTA PREDZNANJA ZA 7. RAZRED

1. Izračunaj:

$$\left[\left(1.7 - \frac{13}{11} \right) \cdot 1.375 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{19} \right) - \left(1.6 - \frac{8}{9} \right) \cdot \frac{9}{64} \right] : 0.03 - 3$$

$$1.7 - \frac{13}{11} = \frac{57}{110}$$

$$1.375 = \frac{11}{8}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{2}{19} = \frac{32}{57}$$

$$\frac{57}{110} \cdot \frac{11}{8} \cdot \frac{32}{57} = \frac{2}{5}$$

3 boda

$$1.6 - \frac{8}{9} = \frac{32}{45}$$

$$\frac{32}{45} \cdot \frac{9}{64} = \frac{1}{10}$$

2 boda

$$\frac{2}{5} - \frac{1}{10} = \frac{3}{10} = 0.3$$

$$0.3 : 0.03 = 10$$

$$10 - 3 = 7 \quad 3 \text{ boda}$$

2. Izračunaj vrijednost izraza $2x - 11 - 13y + 5 - 18x + 7y$ za $x = -1$ i $y = -3$.

$$2x - 11 - 13y + 5 - 18x + 7y = -16x - 6y - 6$$

2 boda

$$= -16 \cdot (-1) - 6 \cdot (-3) - 6$$

1 bod

$$= 16 + 18 - 6$$

1 bod

$$= 28$$

1 bod

3. Kolika je razlika između zbroja i umnoška svih cijelih brojeva z za koje vrijedi $-177 < z \leq 186$?

zbroj:

$$-176 + (-175) + \dots + 175 + 176 + 177 + 178 + \dots + 186 =$$

1 bod

$$= 177 + 178 + 179 + 180 + 181 + 182 + 183 + 184 + 185 + 186 =$$

1 bod

$$= 1815$$

1 bod

umnožak:

$$-176 \cdot (-175) \cdot \dots \cdot 0 \cdot \dots \cdot 186 = 0$$

1 bod

$$1815 - 0 = 1815$$

1 bod

4. Napiši sve troznamenkaste prirodne brojeve kojima je umnožak znamenaka 36.

$$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \quad 1 \text{ bod}$$

$$36 = 2 \cdot 2 \cdot 9 \quad 229, 292, 922 \quad 1 \text{ bod}$$

$$36 = 4 \cdot 3 \cdot 3 \quad 334, 343, 433 \quad 1 \text{ bod}$$

$$36 = 1 \cdot 6 \cdot 6 \quad 166, 616, 661 \quad 1 \text{ bod}$$

$$36 = 2 \cdot 3 \cdot 6 \quad 236, 263, 326, 362, 623, 632 \quad 2 \text{ boda}$$

$$36 = 1 \cdot 4 \cdot 9 \quad 149, 194, 419, 491, 914, 941 \quad 2 \text{ boda}$$

5. Riješi jednađbu:

$$\frac{3}{5}x + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{5}x - \frac{1}{2} \right) = \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{5} \right)$$

$$\frac{3}{5}x + \frac{2}{5}x - \frac{1}{4} = \frac{1}{5}x + \frac{6}{25} \quad / \cdot 100 \quad 2 \text{ boda}$$

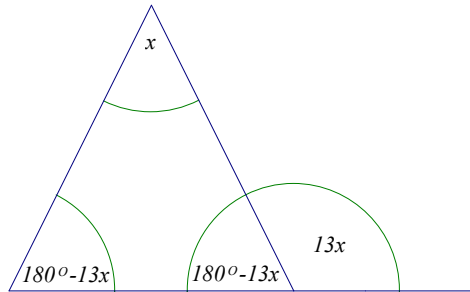
$$60x + 40x - 25 = 20x + 24 \quad 1 \text{ bod}$$

$$60x + 40x - 20x = 24 + 25 \quad 1 \text{ bod}$$

$$80x = 49 \quad 1 \text{ bod}$$

$$x = \frac{49}{80} \quad 1 \text{ bod}$$

6. Veličina vanjskoga kuta uz osnovicu jednakokračnoga trokuta 13 je puta veća od veličine unutarnjega kuta nasuprot osnovice. Izračunaj veličine unutarnjih kutova jednakokračnoga trokuta. Veličine kutova izrazi u kutnim stupnjevima i kutnim minutama.



$x, 13x$ 1 bod

$180^\circ - 13x$ 1 bod

$180^\circ - 13x + 180^\circ - 13x + x = 180^\circ$ 1 bod

$25x = 180^\circ$ 1 bod

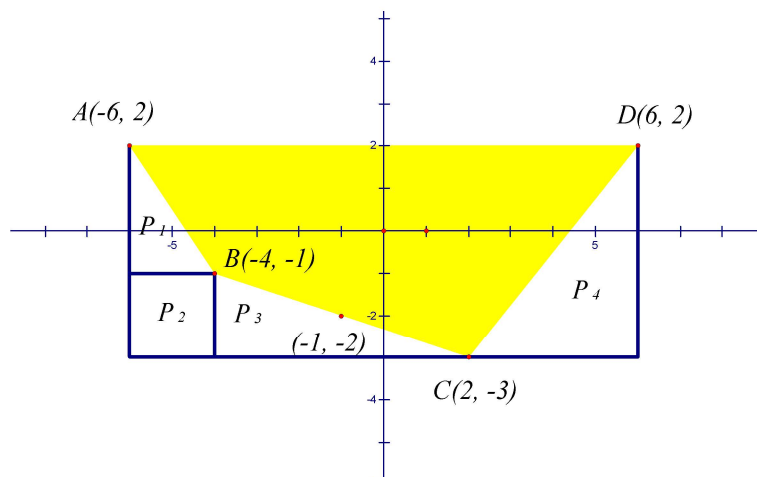
$x = 7.2^\circ$ 1 bod

$x = 7^\circ 12'$ 1 bod

$180^\circ - 13x = 86.4^\circ$ 1 bod

$180^\circ - 13x = 86^\circ 24'$ 1 bod

7. U pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini zadane su točke $A(-6, 2)$ i $B(-4, -1)$. Točka C je centralno simetrična točki B s obzirom na točku $(-1, -2)$, a točka D je osno simetrična točki A s obzirom na y -os. Izračunaj površinu četverokuta $ABCD$.



skica 2 boda

točka $C(2, -3)$ 1 bod

točka $D(6, 2)$ 1 bod

površina opisanog pravokutnika

$$P = 12 \cdot 5 = 60 \quad 1 \text{ bod}$$

površine pravokutnih trokuta i kvadrata

$$P_1 = \frac{3 \cdot 2}{2} = 3 \quad 1 \text{ bod}$$

$$P_2 = 2 \cdot 2 = 4 \quad 1 \text{ bod}$$

$$P_3 = \frac{6 \cdot 2}{2} = 6 \quad 1 \text{ bod}$$

$$P_4 = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10 \quad 1 \text{ bod}$$

površina četverokuta $ABCD$

$$P_{ABCD} = 60 - 3 - 4 - 6 - 10 = 37 \quad 1 \text{ bod}$$

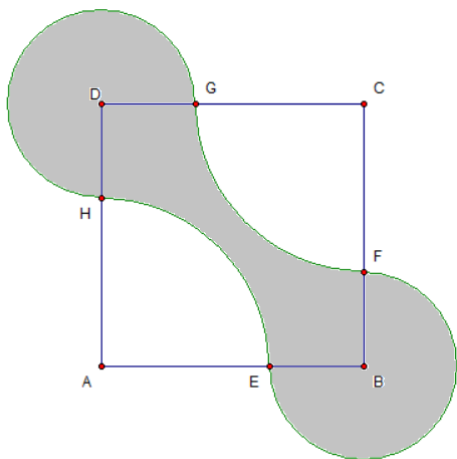
TEST PREDZNANJA ZA 8. RAZRED

1. Marko je pitao Juricu koliko ima godina. Jurica je odgovorio da je broj njegovih godina jednak stostruko razlici četvrtine broja A i 20% broja B pri čemu je broj $A = 2 - \left(\frac{5}{4} : \left(5 \cdot \left(5.85 - 2.4 : \frac{8}{5} \right) - \frac{7}{4} \right) \right) \cdot 16$, a broj B je jednak rješenju jednadžbe $\frac{1}{8}x - \frac{3x-2}{2} = \frac{5}{6} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{5}{8}x - \left(\frac{3}{4} - x \right) \right)$. Koliko godina ima Jurica?

12 bodova

2. Četverokut ABCD je kvadrat pri čemu je $|AE| = |AH| = |GC| = |CF| = \frac{2}{3} |AB|$. Ako je duljina kružnog luka EH jednaka približno 9.42 cm, odredi opseg i površinu zatamnjenog dijela ravnine. Napomena: U rješavanju zadatka koristiti da je približna vrijednost broja $\pi \approx 3.14$.

10 bodova



3. Dano je 12 brojeva od kojih je svaki idući za 1 veći od prethodnog. Izostavimo li najveći od tih 12 brojeva aritmetička sredina preostalih 11 brojeva jednaka je polovini iznosa aritmetičke sredine početnih 12 brojeva. Odredi broj koji je izostavljen.
- 6 bodova**
4. Neki je proizvod najprije poskupio 20% pa je nakon toga pojeftinio 40%. Za koliko posto treba povećati cijenu dobivenu nakon obje promjene kako bi nova cijena iznosila 81% početne cijene?
- 7 bodova**
5. Mario je s razredom išao na izlet. Na izlet je ponio određenu svotu novaca. Za prijevoz je potrošio 25% iznosa koji je ponio, za sok je potrošio trećinu iznosa koji je potrošio za prijevoz, za ručak je potrošio $\frac{3}{5}$ ostatka dok je za ulaznicu za muzej potrošio $\frac{7}{8}$ novog ostatka. Ako je kući došao sa 8 kn, koliko je novaca ponio?
- 8 bodova**
6. U trokutu ABC simetrala stranice $\overline{AC}$ siječe stranicu $\overline{AB}$ u točki D pod kutom od 30° . Ako je $|\angle ABC| = 30^\circ$ dokaži da je točka D polovište stranice $\overline{AB}$.
- 7 bodova**

Rješenja:

1. Marko je pitao Juricu, koliko ima godina. Jurica je odgovorio da je broj njegovih godina jednak stostrukoj

razlici četvrtine broja A i 20% broja B pri čemu je broj A = $2 - \left(\frac{5}{4} : \left(5 \cdot \left(5.85 - 2.4 : \frac{8}{5} \right) - \frac{7}{4} \right) \right) \cdot 16$, a

broj B jednak rješenju jednačbe $\frac{1}{8}x - \frac{3x-2}{2} = \frac{5}{6} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{5}{8}x - \left(\frac{3}{4} - x \right) \right)$. Koliko godina ima Jurica?

$$\begin{aligned} & 2 - \left(\frac{5}{4} : \left(5 \cdot \left(5.85 - 2.4 : \frac{8}{5} \right) - \frac{7}{4} \right) \right) \cdot 16 = \\ & = 2 - \left(\frac{5}{4} : \left(5 \cdot \left(\frac{585}{100} - \frac{24}{10} : \frac{8}{5} \right) - \frac{7}{4} \right) \right) \cdot 16 = \\ & = 2 - \left(\frac{5}{4} : \left(5 \cdot \left(\frac{117}{20} - \frac{3}{2} \right) - \frac{7}{4} \right) \right) \cdot 16 = \\ & = 2 - \left(\frac{5}{4} : \left(5 \cdot \left(\frac{117-30}{20} \right) - \frac{7}{4} \right) \right) \cdot 16 = \\ & = 2 - \left(\frac{5}{4} : \left(5 \cdot \frac{87}{20} - \frac{7}{4} \right) \right) \cdot 16 = \\ & = 2 - \left(\frac{5}{4} : \left(\frac{87}{4} - \frac{7}{4} \right) \right) \cdot 16 = \\ & = 2 - \left(\frac{5}{4} : \frac{80}{4} \right) \cdot 16 = \\ & = 2 - \left(\frac{5}{4} \cdot \frac{4}{80} \right) \cdot 16 = \\ & = 2 - \frac{1}{16} \cdot 16 = \\ & = 2 - 1 = \end{aligned}$$

5 bodova

1

A = 1

$$\begin{aligned} \frac{1}{8}x - \frac{3x-2}{2} &= \frac{5}{6} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{5}{8}x - \left(\frac{3}{4} - x \right) \right) \\ \frac{1}{8}x - \frac{3x-2}{2} &= \frac{5}{6} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{5}{8}x - \frac{3}{4} + x \right) \\ \frac{1}{8}x - \frac{3x-2}{2} &= \frac{5}{6} - \frac{5}{24}x + \frac{1}{4} - \frac{1}{3}x \cdot 24 \end{aligned}$$

$$3x - 12(3x - 2) = 20 - 5x + 6 - 8x$$

$$3x - 36x + 24 = 20 - 5x + 6 - 8x$$

$$3x - 36x + 5x + 8x = -24 + 20 + 6$$

5 bodova

$$-20x = 2 : (-20)$$

$$x = \frac{-2}{20} = \frac{-1}{10} = -0.1$$

$$B = -0.1$$

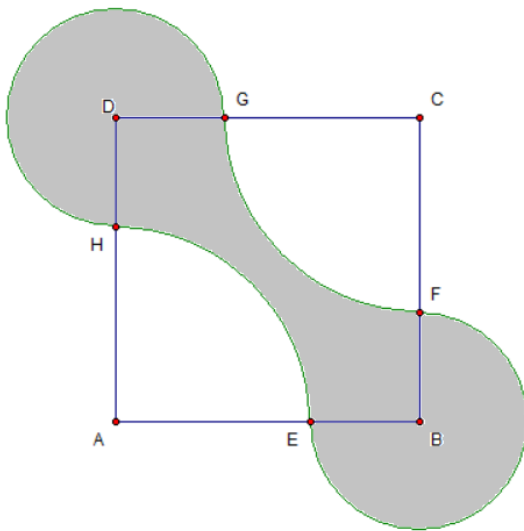
Broj godina:

$$100 \cdot \left(\frac{1}{4}A - 20\%B \right) = 100 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot 1 - 0.2 \cdot (-0.1) \right) = 100 \cdot (0.25 + 0.02) = 100 \cdot 0.27 = 27$$

2 boda

Jurica ima 27 godina

2. Četverokut ABCD je kvadrat pri čemu je $|AE| = |AH| = |GC| = |CF| = \frac{2}{3} |AB|$. Ako je duljina kružnog luka EH jednaka približno 9.42 cm, odredi opseg i površinu zatamnjenog dijela ravnine. Napomena: U rješavanju zadatka koristiti da je približna vrijednost broja $\pi \approx 3.14$.



Središnji kut kružnog luka EH, ($\angle HAE$) iznosi 90° . S obzirom da je 90° četvrtina punog kuta, onda je duljina kružnog luka EH jednaka četvrtini duljine kružnice polumjera $|AE| = r_1$.

Iz tog slijedi:

$$2r_1\pi \approx 4 \cdot 9.42$$

$$6.28r_1 = 37.68$$

1 bod

$$r_1 = 6$$

$$|AE|=|AH|=|GC|=|CF|=r_1=\frac{2}{3}|AB|, \text{ a } |AB|=|BC|=|CD|=|DA|=a \Rightarrow |EB|=|BF|=|GD|=|DH|=\frac{1}{3}|AB|=r_2$$

$$\text{Iz } |AE|=|AH|=|GC|=|CF|=\frac{2}{3}|AB| \Rightarrow 6=\frac{2}{3}|AB|$$

$$|AB|=\frac{3}{2}\cdot 6=9\text{ cm}$$

$$|AB|=9\text{ cm}$$

1 bod

$$|AE|=|AH|=|GC|=|CF|=\frac{2}{3}\cdot 9=6\text{ cm}=r_1$$

$$|EB|=|BF|=|GD|=|DH|=\frac{1}{3}\cdot 9=3\text{ cm}=r_2$$

1 bod

Kružni lukovi EF i i GH su jednakih duljina jer su to kružni lukovi kojima središnji kutovi iznose 270° , dok su duljine polumjera 3 cm.

S obzirom da je kut od 270° , $\frac{3}{4}$ punog kuta, onda su i duljine kružnih lukova jednake $\frac{3}{4}$ duljine kružnice polumjera 3 cm pa vrijedi:

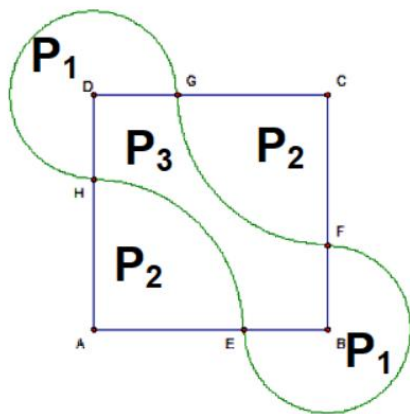
$$\frac{3}{4}\cdot 2r_2\pi \approx 14.13\text{ cm}$$

1 bod

Kružni lukovi EH i i GF su jednakih duljina jer su to kružni lukovi kojima središnji kutovi iznose 90° , dok su duljine polumjera 6 cm.

$$\text{Opseg: } O \approx 2 \cdot (14.13 + 9.42) \approx 47.1\text{ cm}$$

1 bod



Analogno, kružni isjecci EBF i GDH imaju jednake površine P_1 jer su to kružni isjecci kojima središnji kutovi iznose 270° dok su duljine polumjera 3 cm pa vrijedi:

$$P_1=\frac{3}{4}\cdot r_2^2\pi \approx 21.195\text{ cm}^2$$

1 bod

$$P_3=P_{ABCD}-2\cdot P_2$$

Kružni isjecci AEH i CGF imaju jednake površine P_2 jer su to kružni isjecci kojima središnji kutovi iznose 90° dok su duljine polumjera 6 cm pa vrijedi:

$$P_2 = \frac{1}{4} \cdot r_2^2 \cdot \pi \approx 28.26 \text{ cm}^2 \quad 1 \text{ bod}$$

$$P_3 = P_{ABCD} - 2 \cdot P_2 \approx 81 - 2 \cdot 28.26 \approx 81 - 56.52 \approx 24.48 \text{ cm}^2 \quad 2 \text{ boda}$$

Površina osjenčanog dijela P:

$$P = 2 \cdot P_1 + P_3 \approx 2 \cdot 21.195 + 24.48 \approx 66.87 \text{ cm}^2 \quad 1 \text{ bod}$$

U zadatku se mogu koristiti i formule za duljinu kružnog luka $l = \frac{r\pi\alpha}{180^\circ}$ i površinu kružnog isječka $P_i = \frac{r^2\pi\alpha}{360^\circ}$.

3. Dano je 12 brojeva od kojih je svaki idući za 1 veći od prethodnog. Izostavimo li najveći od tih 12 brojeva aritmetička sredina preostalih 11 brojeva jednaka je polovini iznosa aritmetičke sredine početnih 12 brojeva. Odredi broj koji je izostavljen.

x – najmanji traženi broj

$x + 1$ – sljedeći broj

.

.

.

$x + 11$ – najveći traženi broj 1 bod

Prema uvjetima zadatka vrijedi:

$$\frac{x + x + 1 + x + 2 + \dots + x + 10}{11} = \frac{1}{2} \cdot \frac{x + x + 1 + x + 2 + \dots + x + 11}{12}$$

$$\frac{11x + (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 9 + 10)}{11} = \frac{12x + (1 + 2 + 3 + \dots + 10 + 11)}{24}$$

$$\frac{11x + 11 \cdot 10 : 2}{11} = \frac{12x + 12 \cdot 11 : 2}{24}$$

$$\frac{11x + 55}{11} = \frac{12x + 66}{24} \quad / \cdot 264$$

$$24(11x + 55) = 11(12x + 66) \quad 4 \text{ bodova}$$

$$264x + 1320 = 132x + 726$$

$$264x - 132x = 726 - 1320$$

$$132x = -594$$

$$x = -4.5$$

$$x + 11 = -4.5 + 11 = 6.5$$

Izostavljen je broj 6.5. 1 bod

4. Neki je proizvod najprije poskupio 20% pa je nakon toga pojeftinio 40%.

Za koliko posto treba povećati cijenu dobivenu nakon obje promjene kako bi nova cijena iznosila 81% početne cijene?

x – početna cijena proizvoda

$1.2x$ – cijena nakon poskupljenja 1 bod

$$0.6 \cdot 1.2x = 0.72x - \text{cijena nakon druge promjene (pojeftinjenja)} \quad 1 \text{ bod}$$

Krajnja cijena (ciljana nova cijena) je 81% početne cijene, a to je $0.81x$. 1 bod

$$0.81x - 0.72x = 0.09x - \text{razlika tražene cijene i cijene dobivene nakon druge promjene} \quad 1 \text{ bod}$$

p – traženi postotak

$$p \cdot 0.72x = 0.09x \quad 1 \text{ bod}$$

$$p = \frac{0.09x}{0.72x} = \frac{9}{72} = \frac{1}{8} = 0.125 = 12.5\% \quad 1 \text{ bod}$$

Cijenu dobivenu nakon obje promjene treba povećati za 12.5% kako bi se dobila nova cijena koja iznosi 81% početne cijene. 1 bod

5. Mario je s razredom išao na izlet. Na izlet je ponio određenu svotu novaca. Za prijevoz je potrošio 25% iznosa koji je ponio, za sok je potrošio trećinu iznosa koji je potrošio za prijevoz, za ručak je potrošio $\frac{3}{5}$ ostatka dok je za ulaznicu za muzej potrošio $\frac{7}{8}$ novog ostatka. Ako je kući došao sa 8 kn, koliko je novaca ponio?

x – svota koju je ponio

$$25\%x = \frac{1}{4}x - \text{svota koju je potrošio za prijevoz} \quad 1 \text{ bod}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}x = \frac{1}{12}x - \text{svota koju je potrošio za sok} \quad 1 \text{ bod}$$

$$x - \frac{1}{4}x - \frac{1}{12}x = \frac{12-3-1}{12}x = \frac{8}{12}x = \frac{2}{3}x - \text{ostatak nakon što su plaćeni prijevoz i sok} \quad 1 \text{ bod}$$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3}x = \frac{2}{5}x - \text{iznos potrošen za ručak} \quad 1 \text{ bod}$$

$$\frac{2}{3}x - \frac{2}{5}x = \frac{10-6}{15}x = \frac{4}{15}x - \text{ostatak iznosa nakon što je plaćen ručak} \quad 1 \text{ bod}$$

$$\text{Ako je za ulaznice potrošeno } \frac{7}{8} \text{ ostatka, ostala je } \frac{1}{8} \text{ ostatka pa vrijedi:} \quad 1 \text{ bod}$$

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{4}{15}x = 8$$

$$\frac{1}{30}x = 8 / \cdot 30 \quad 1 \text{ bod}$$

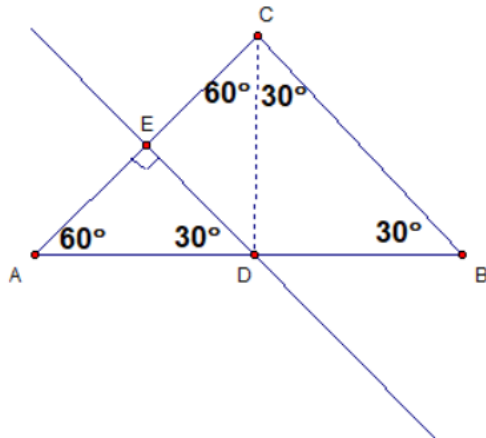
$$x = 240$$

Marko je na izlet ponio 240 kn.

1 bod

6. U trokutu ABC simetrala stranice $\overline{AC}$ siječe stranicu $\overline{AB}$ u točki D pod kutom od 30° . Ako je $|\angle ABC| = 30^\circ$ dokaži da je točka D polovište stranice $\overline{AB}$.

Skica:



Pravac ED je simetrala $\overline{AC}$ pa je $ED \perp AC$ (1) i $|AD| = |DC|$ (2) - svojstva simetrane dužine $\Rightarrow \triangle ADC$ jednakokrčan pa je $|\angle CAD| = |\angle DCA| = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$. 3 boda

Pravac ED i pravac BC sa pravcem AB zatvaraju sukladne kutove $\Rightarrow ED \parallel BC$ pa je ED i CB okomito na AC. $|\angle BCD| = |\angle BCA| - |\angle DCA| = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ = |\angle DBC| \Rightarrow |DB| = |DC|$ (3) 3 boda

Iz (2) i (3) $\Rightarrow |AD| = |DB|$ pa je točka D polovište stranice $\overline{AB}$. 1 bod

Zadatak je jednostavnije riješiti koristeći sličnost. S obzirom da sličnost trokuta više nije u kurikulumu 7. razreda, zadatak je riješen na prezentirani način. Ako pristupnik riješi zadatak koristeći sličnost, rješenje će se bodovati sa maksimalnim brojem bodova.