Centar izvrsnosti Varaždin,

05.10.2019.

TEST PREDZNANJA ZA 8. RAZRED

1. Za 1 minutu i 12 sekundi napuni se $\frac{3}{4}$ spremnika. Odredi kapacitet spremnika ako se za $\frac{3}{5}$ minute napuni 10 litara manje od pola spremnika. **5 BODOVA**

2. Aritmetička sredina 160 različitih prirodnih brojeva je 160. Koja je najveća moguća vrijednost prirodnog broja iz tog skupa? **5 BODOVA**

3. Masa jedne posude napunjene vodom je 1500 g. Ako se odlije 20% vode, ukupna masa se smanji na 88% prvobitne mase. Odredi masu vode i masu prazne posude. **5 BODOVA**

4. Riješi sustav jednadžbi (odredi x, y, z):
   $$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=2017$$
   $$\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=2018$$
   $$\frac{1}{z}+\frac{1}{x}=2019$$
   6 BODOVA

5. Dan je pavokutnik ABCD. Točka E dijeli stranicu $\overline{AB}$ pravokutnika u omjeru 1 : 4, a točka F dijeli stranicu $\overline{BC}$ pravokutnika u omjeu 3 : 1. Odredi omjer površine lika EBF i lika EFCDA. **6 BODOVA**

6. Pravac p siječe os y u točki kojoj je koordinata A(0, -5) i prolazi točkom B(2, 3). Pravac q prolazi točkom C(30, 40) i usporedan je s pravcem p. Odredi površinu trokuta omeđenog pravcem q i koordinatnim osima. **8 BODOVA**

7. Kada se broj stranica mnogokuta utrostruči, onda se broj njegovih dijagonala poveća za 1387. Koji mnogokut ima to svojstvo? **7 BODOVA**

8. U ΔABC pravac koji prolazi vrhom A siječe težišnicu $\overline{CC_1}$ u točki O koja težišnicu $\overline{CC_1}$ dijeli u omjeru 3 : 2. Pravac AO siječe i stranicu $\overline{BC}$ u točki M. U kojem omjeru točka M dijeli stranicu $\overline{BC}$?

   8 BODOVA

Rješenja:

1.

X – kapacitet spremnika u litrama

1 min i 12 sec = $1\frac{1}{5}$ min = $\frac{6}{5}$ min 1 bod

Prema uvjetima zadatka:

Za $\frac{6}{5}$ min napuni se $\frac{3}{4}$ x l

Za $\frac{3}{5}$ min napuni se $\left(\frac{1}{2}x-10\right)$ l 1 bod

Vrijedi proporcija: 1 bod

$$\frac{6}{5}:\frac{3}{5}=\left(\frac{3}{4}x\right):\left(\frac{1}{2}x-10\right)$$
$$\frac{6}{5}\left(\frac{1}{2}x-10\right)=\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{4}x$$
$$\frac{3}{5}x-12=\frac{9}{20}x \Big/ \cdot 20$$
$$12x-240=9x$$ 2 boda
$$12x-9x=240$$
$$3x=240 \Big/ \cdot\frac{1}{3}$$
$$x=80$$

Kapacitet spremnika je 80 litara.

2.

s - zbroj 160 različitih prirodnih brojeva

$$\frac{s}{160}=160$$
$$s=160\cdot 160=25600$$ 1 bod

Tražimo najveći mogući prirodni broj iz skupa od 160 različitih prirodnih brojeva kojima je zbroj 25 600, što znači da zbroj preostalih 159 zazličitih prirodnih brojeva mora biti najmanji moguć što je moguće ako zbrojimo prvih 159 prirodnih brojeva. 1 bod

1 + 2 + 3 + … + 157 + 158 + 159 = $\frac{(1+159)\cdot 159}{2}=12720$ 2 boda

Tada je najveća moguća vrijednost koju može poprimiti prirodni broj iz tog skupa jednaka: 25600 – 12720 = 12880. 1 bod

3.

Nakon odlijevanja 20% vode masa vode i posude je $88\%\cdot 1500g=0.88\cdot 1500g=1320g$ 1 bod

Odlijano je 1500 g – 1320 g = 180 g vode što čini 20% ukupne mase vode. 1 bod

x – ukupna masa vode

$20\%x=180g$

$0.2x=180g$

$x=\frac{180}{0.2}g$ 2 boda

$x=900g$

Masa vode je 900g, a masa prazne posude je 1500g – 900g = 600g. 1 bod

4.

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}&=2017\\ \frac{1}{y}+\frac{1}{z}&=2018\\ \frac{1}{z}+\frac{1}{x}&=2019\end{aligned}\right| \quad +$$

1 bod

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{z}+\frac{1}{x}=2017+2018+2019$

$\frac{2}{x}+\frac{2}{y}+\frac{2}{z}=6054$

$2\cdot\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)=6054 \ \ / \ \ \cdot\frac{1}{2}$

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=3027$ 3 boda

$\frac{1}{x}+2018=3027$

$\frac{1}{x}=1009$

$x=\frac{1}{1009}$

$$\frac{1}{y}+2019=3027$$

$$\frac{1}{y}=1008$$

$$y=\frac{1}{1008}$$

$$\frac{1}{z}+2017=3027$$

$$\frac{1}{z}=1010$$

$$z=\frac{1}{1010}$$

$Rješenja:$

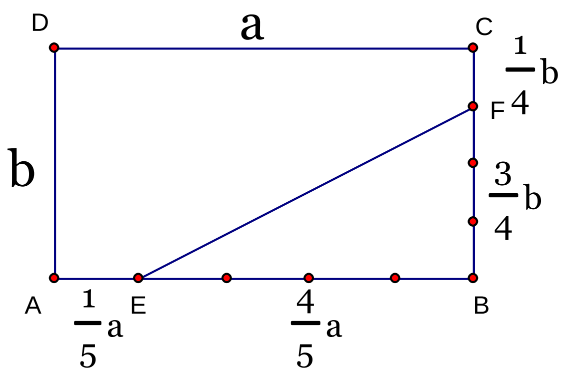
$$x=\frac{1}{1009}$$

$$y=\frac{1}{1008}$$ 2 boda

$$z=\frac{1}{1010}$$

5.

Skica:



1 bod

Neka je $|AB|=a, |BC|=b$

$P_{ABCD}=ab$ 1 bod

Prema uvjetima zadatka slijedi:

$$|EB| = \frac{4}{5}a$$

$$|BF| = \frac{3}{4}b$$

2 boda

$$P_{EBF} = \frac{|EB|\cdot|BF|}{2} = \frac{\frac{4}{5}a\cdot\frac{3}{4}b}{2} = \frac{\frac{3}{5}ab}{2} = \frac{3}{10}ab = \frac{3}{10}P_{ABCD}$$

$$P_{EFCDA} = P_{ABCD} - P_{EBF} = ab - \frac{3}{10}ab = \frac{7}{10}ab = \frac{7}{10}P_{ABCD}$$ 1 bod

$$P_{EBF} : P_{EFCDA} = \frac{3}{10}P_{ABCD} : \frac{7}{10}P_{ABCD} = 3:7$$ 1 bod

6.

Odsječak pravca p na osi y iznosi –5 i pravcu pripada točka B(2,3) pa vrijedi:

b = –5
B(2, 3)
y = ax + b
3 = 2a – 5
–2a = –5 – 3
–2a = –8
a = 4

Jednadžba pravca p: y = 4x – 5 2 boda

Pravac q je usporedan sa pravcem p pa pravci p i q imaju jednake koeficijente smjera te pravcu q pripada točka C(30, 40) pa vrijed:

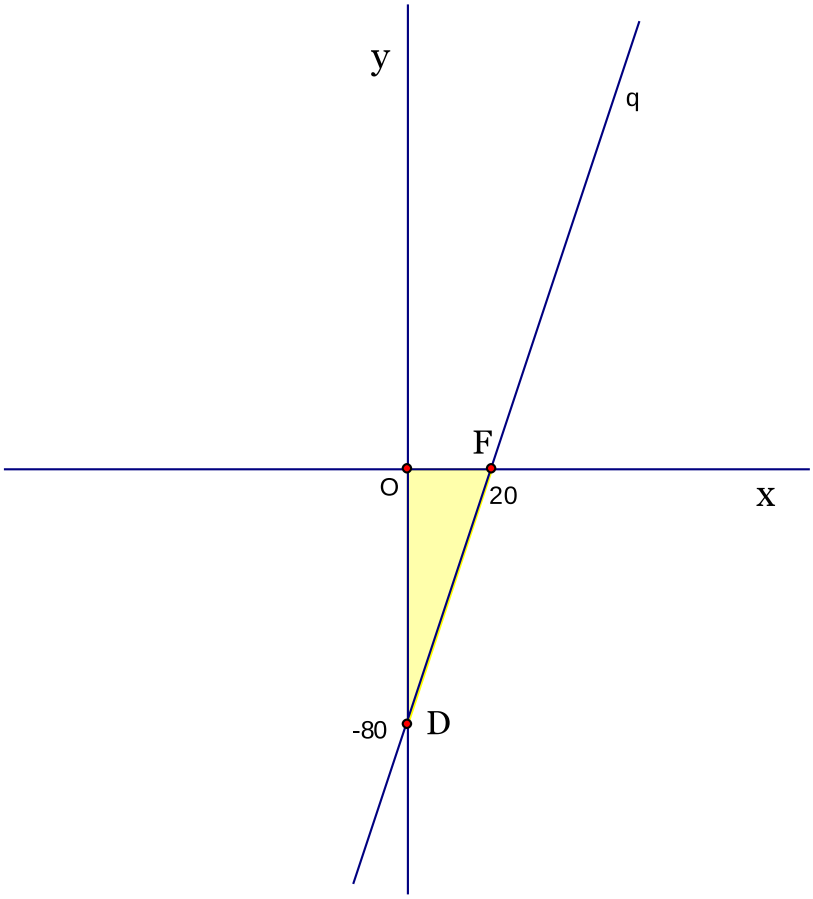
$a_1 = 4$
C(30, 40)
$y = a_1x + b_1$
$40 = 4\cdot30 + b_1$
$b_1 = 40 - 120$
$b_1 = -80$

Jednadžba pravca q: y = 4x – 80 2 boda

Pravc q siječe os y u točki D kojoj je koordinata D(0, –80)
Pravac q siječe os x u točki F kojoj je koordinata $F(x_0, 0)$ pa vrijedi:

$0 = 4x_0 - 80$
$-4x_0 = -80$
$x_0 = 20$
Pravac q siječe os x u točki F(20, 0). 2 boda

1 bod



Trokut ΔODF je pravokutan pa vrijedi:

$$P_{ODF} = \frac{|OF| \cdot |OD|}{2} = \frac{20 \cdot 80}{2} = 800 kv. jed$$ 1 bod

7.

n–broj vrhova mnogokuta

D_n – broj dijagonala mnogokuta sa n vrhova 1 bod

$$D_n = \frac{n(n-3)}{2}$$

Nakon što se broj vrhova utrostruči

3n – broj vrhova

D_{3n} – broj dijagonala mnogokuta sa 3n vrhova 1 bod

$$D_{3n} = \frac{3n(3n-3)}{2}$$

Prema uvjetima zadatka vrijedi:

$D_{3n} - D_n = 1387$

$\frac{3n(3n-3)}{2} - \frac{n(n-3)}{2} = 1387 \Big/ \cdot 2$

$3n(3n-3) - n(n-3) = 2774$

$n[3(3n-3) - (n-3] = 2774$

$n(9n - 9 - n + 3) = 2774$

$n(8n-6) = 2774$

$2n(4n-3) = 2774 / \cdot \frac{1}{2}$

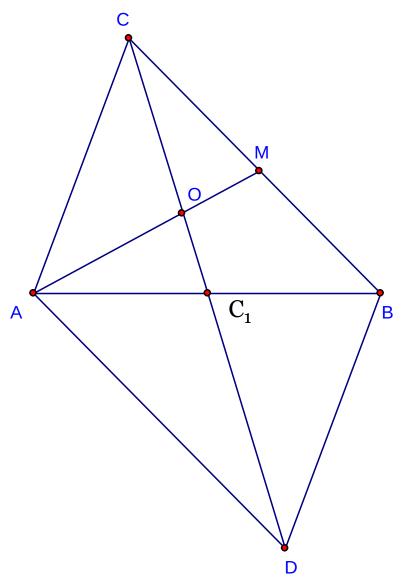
$n(4n-3) = 1387 = 19 \cdot 73$

Pošto je 1387 = 19 · 73 slijedi da je n = 19, a
4n – 3 = 4 · 19 – 3 = 76 – 3 = 73

Traženo svojsto ima devetnaesterokut. 5 bodova

8.

Skica: $|CO| : |OC_1| = 3:2 \Rightarrow |CO| = 3x, |OC_1| = 2x$ 1 bod



Naka je točka D točka na pravcu CC_1 takva da je $|CC_1| = |C_1D|$ (1) (vidi skicu)

Prema svojsvu težišnice točka C_1 je polovište $\overline{AB}$ pa je $|AC_1| = |C_1B|$ (2)

Iz (1) i (2) slijedi da je četverokut ADBC paralelogram(dijagonale paralelograma se raspolavljaju) pa je |AD|=|CB| i $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ (3) 2 boda

Pravac CD je presječnica usporednih pravac AD i CB pa je |<ADC|=|<MCO|, |<DOA| = |<COM|(vršni kutovi) pa je ΔDOA ~ ΔCOM pa je: 2 boda

$$\frac{|AD|}{|CM|}=\frac{|OD|}{|CO|}$$

$$\frac{|CB|}{|CM|}=\frac{|OD|}{|CO|}$$

$$\frac{|CM|+|MB|}{|CM|}=\frac{|OC_1|+|C_1D|}{|CO|}$$

$$\frac{|CM|}{|CM|}+\frac{|MB|}{|CM|}=\frac{|OC_1|+|CC_1|}{|CO|}$$

$$1+\frac{|MB|}{|CM|}=\frac{2x+5x}{3x}$$

$$1+\frac{|MB|}{|CM|}=\frac{7x}{3x}$$

$$\frac{|MB|}{|CM|}=\frac{7}{3}-1$$

$$\frac{|MB|}{|CM|}=\frac{4}{3}$$

3 boda

$$|MB|:|CM|=4:3$$